

基于迫整检测的全分集多用户空时分组编码设计准则

李国权^{1,2}, 周湘云^{1,2}, 林金朝^{1,2}, 徐勇军¹, 庞宇², 王家城²

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065;

2. 重庆邮电大学光电信息感测与传输技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

摘 要: 多用户空时分组编码系统存在译码复杂度高的问题。为了降低系统译码复杂度并保证较好的系统性能, 将低复杂度的迫整检测算法用于多用户空时分组编码中, 并基于等效噪声功率最小化原则获取了迫整检测的差错概率上界。为了解决迫整检测的多用户空时分组编码设计问题, 提出了基于迫整检测的全分集多用户空时分组编码设计准则, 证明只要每个用户的空时分组编码方案均满足非零奇异值特性, 则多用户空时分组编码可获得满分集增益, 且其编码增益与最小奇异值有关。仿真结果表明, 满足设计准则的空时分组编码方案能够获得满分集增益。

关键词: MIMO 系统; 迫整检测; 多用户空时分组编码; 设计准则; 全分集

中图分类号: TP302

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2019063

Full-diversity design criterion for multi-user STBC based on integer-forcing detection

LI Guoquan^{1,2}, ZHOU Xiangyun^{1,2}, LIN Jinzhao^{1,2}, XU Yongjun¹, PANG Yu², WANG Jiacheng²

1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

2. Chongqing Key Laboratory of Photoelectronic Information Sensing and Transmitting Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

Abstract: Multi-user space time block code systems have the problem of high decoding complexity. To ensure good system performance with low decoding complexity at the same time, low complexity integer-forcing (IF) detection algorithm was applied to multi-user space time block code. Then the upper bound of error probability for IF detection was derived by minimizing the equivalent noise power. To obtain good multi-user space time block code when decoded with IF detection, a full-diversity design criterion was proposed. It was proved that full diversity could be achieved if every user's space time block code had property of non-vanishing singular value. Simulation result shows that the code gain is found related to the minimum singular value.

Key words: MIMO system, integer-forcing detection, multi-user space time block code, design criterion, full diversity

1 引言

为了使多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 系统能同时获得良好的分集增益和较高的传输速率, 可将发送天线分成多个组 (用户), 每组 (用户) 独立进行空时分组编码 (STBC, space time block code), 即多用户空时分组编码^[1-3]。

多用户空时分组编码若采用最大似然 (ML, maximum likelihood) 检测, 则随着用户数的增多以及调制阶数的增加, 译码复杂度将呈指数级递增。因此研究者们设计了次优的线性检测算法, 如迫零 (ZF, zero forcing) 检测、最小均方误差 (MMSE, minimum mean square error) 检测等相匹配的满分集 STBC 设计^[4-5]。文献[6]提出了针对两用户 MIMO 干扰信道的

收稿日期: 2018-05-08; 修回日期: 2018-07-14

通信作者: 王家城, jiacheng.wang@icloud.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61301124, No.61671091)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61301124, No.61671091)

STBC, 利用此 STBC, 接收端采用分组 ZF 算法可获得满分集。在文献[7]中, 针对接收端采用 PIC-SIC 分组译码设计了可获得满分集的两用户 STBC。该类算法具有较低的复杂度, 但在获得满分集增益的同时, 存在噪声增强的问题, 影响了系统性能。

迫整 (IF, integer-forcing) 检测^[8-9]是近年来提出的一种新的线性检测算法, 具有较低的复杂度, 接近于 ML 检测算法的性能, 优于 ZF 算法和 MMSE 算法。IF 检测利用接收天线生成一个有效整数信道矩阵来恢复出码字的线性组合, 而不像传统的线性检测那样直接恢复出发送码字, 相比于传统的线性检测极大地减少了噪声增强的问题。文献[10]针对采用 IF 检测算法的单用户 MIMO 系统, 设计了满分集增益的 STBC 方案, 但仍未对基于 IF 检测多用户空时分组编码系统开展空时分组编码及设计准则的研究。

为了解决多用户系统的空时分组编码设计问题, 本文提出了基于 IF 检测的多用户空时分组编码设计准则, 以寻求译码复杂度和系统性能的折中。首先建立了 IF 检测的多用户空时分组编码系统等效信道模型, 研究了 IF 检测时的具体译码步骤, 将系统信道模型等效为发送码字矢量的信道模型; 然后根据 IF 检测中每层的错误概率上界和非零奇异值准则, 证明了当所有用户的 STBC 码块均满足非零奇异值准则时, 接收端采用 IF 检测可获得满分集; 最后通过实例分析和仿真验证了满足非零奇异值准则的多用户空时分组编码系统采用 IF 检测可获得满分集。

2 系统模型

考虑一个具有 K 个发送用户的多用户接入 MIMO 系统, 多个用户同时发送数据到接收机, 系统框架如图 1 所示。用户 $k(k=1, \dots, K)$ 的发送端装配有 M_k 根发送天线, 则总发送天线数为 $M_s = \sum_{k=1}^K M_k$, 同时在接收端装配 N 根接收天线。假设发送天线和接收天线之间的信道服从准静态瑞利衰落, 各信道衰落相互独立, 信道状态信息被接收端已知。用 \mathbf{H}_k 表示接收端和发送用户 k 之间的信道矩阵, $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N \times M_k}$ (\mathbb{C} 表示复数集), 且 \mathbf{H}_k 的元素都是均值为 0、方差为 1 的独立同分布随机变量。在 T 个时隙内, 用户 k 采用 $M_k \times T$ 维的码字矩阵 \mathbf{C}_k 传输信息, \mathbf{C}_k 由线性设计 $\mathbf{X}_{\mathcal{LD}_k}$ 产生, 则有

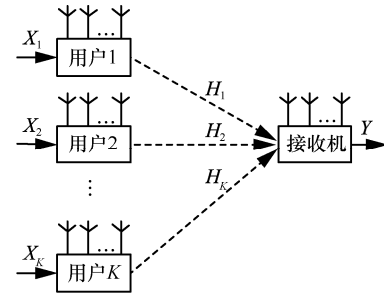


图 1 多用户分层空时分组编码系统

$$\mathbf{X}_{\mathcal{LD}_k}(\mathbf{s}_k) = \sum_{q=1}^{2M_k} \mathbf{D}_{kq} s_{kq} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{s}_k = [s_{k1}, s_{k2}, \dots, s_{k2M_k}]^T$ 为 M_k 维复发送码字相对应的 $2M_k$ 维实发送码字, 考虑到采用 IF 检测 STBC 码块, 限定 \mathbf{s}_k 的元素从整数星座图 $\mathcal{S} = \{0, 1, \dots, \sqrt{J}-1\} \in \mathbb{Z}$ 中取值, 其中, J 为调制阶数, 且是 2 的偶次方。集合 $\{\mathbf{D}_{kq} \in \mathbb{C}^{M_k \times T}\}_{q=1}^{2M_k}$ 为线性设计 $\mathbf{X}_{\mathcal{LD}_k}$ 的权重矩阵。如果 $\mathbf{X}(\mathbf{s}_k) \in \mathbb{C}^{M_k \times T}$ 表示发送矩阵, 并将 $\mathbf{X}(\mathbf{s}_k)(k=1, \dots, K)$ 分别进行归一化操作保证其平均能量为 TM_k , 则接收信号 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times T}$ 可表示为

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\rho} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{X}(\mathbf{s}_k) \right) + \mathbf{W} = \sqrt{\rho} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_k \end{bmatrix} + \mathbf{W} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (2)$$

其中, $\rho = \frac{P}{M_s}$, P 为接收天线的平均信噪比;

$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_T] = (y_{i,j}) \in \mathbb{C}^{N \times T}$ 为 T 时隙的接收矩阵; $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_k] = (h_{i,j}) \in \mathbb{C}^{N \times M_s}$ 表示信道矩阵, \mathbf{H} 的元素 $h_{i,j}$ 服从独立同分布的标准正态分布; 噪声矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times T}$ 的元素为独立同分布的高斯随机变量, 则在 T 个时隙内, 所有用户采用 $M_s \times T$ 维的码字矩阵 \mathbf{C} 传输信息, \mathbf{C} 由线性设计 $\mathbf{X}_{\mathcal{LD}}$ 产生, 有

$$\mathbf{X}_{\mathcal{LD}}(s_1, s_2, \dots, s_{2M_s}) = \left\{ \mathbf{X}_{\mathcal{LD}_1}, \mathbf{X}_{\mathcal{LD}_2}, \dots, \mathbf{X}_{\mathcal{LD}_K} \right\} = \sum_{l=1}^{2M_s} \mathbf{D}_l s_l \quad (3)$$

则有 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \dots, \mathbf{X}_K^T]^T \in \mathbb{C}^{M_s \times T}$, $\mathbf{X}(\mathbf{s}_k) = \mathbf{X}_k$ 为用户 k 的发送矩阵。

为了便于分析迫整检测的 MIMO 系统的错误概率, 本文将系统信道模型等效为发送码字矢量的实数信道模型, 即

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho}\mathbf{G}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \dots, \mathbf{s}_K^T] \in \mathbb{R}^{2M_s}$ (\mathbb{R} 表示实数集), $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{2NT}$, $\mathbf{G} = (\mathbf{H}' \otimes \mathbf{I}_T)\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{2NT \times 2M_s}$ (\otimes 表示 Kronecker 积) 为等效实信道矩阵, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{2TM_s \times 2M_s}$ 为权重矩阵 $\{\mathbf{D}_i\}_{i=1}^{2M_s}$ 的量化矩阵, 则有

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{H}) & -\text{Im}(\mathbf{H}) \\ \text{Im}(\mathbf{H}) & \text{Re}(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2M_s} \quad (5)$$

将式(4)中的线性模型量化后, 可以等效地写成

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{s} + \sqrt{\bar{\rho}}\mathbf{w} \quad (6)$$

其中, $\bar{\rho} = \frac{1}{\rho} = \frac{M_s}{P}$ 。

将式(6)中的接收信号 \mathbf{y} 利用图 2 中的 IF 检测译出发送码字, 而为了恢复出码字, 此处需满足 $2NT \geq 2M_s$, 同时为了唯一地恢复出发送码字, 矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{Z}^{2M_s \times 2M_s}$ 必须可逆。 \mathbf{s} 的元素从星座图 $\mathcal{S} = \{0, 1, \dots, \sqrt{J}-1\}$ 中取值, 以此来保证星座图上的任意码字相加仍能在星座图上。

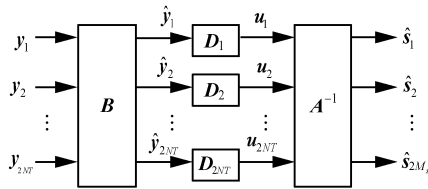


图 2 IF 检测结构框架

通过将接收信号 \mathbf{y} 左乘滤波矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2M_s \times 2NT}$, 可将信道矩阵 \mathbf{G} 投影到满秩幺模整数矩阵 \mathbf{A} 上, 经过投影后的信号可表示为

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{s} + \sqrt{\bar{\rho}}\mathbf{B}\mathbf{w} = \mathbf{A}\mathbf{s} + (\mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{A})\mathbf{s} + \sqrt{\bar{\rho}}\mathbf{B}\mathbf{w} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{A}\mathbf{s}$ 是发送码字的线性组合, $(\mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{A})\mathbf{s} + \sqrt{\bar{\rho}}\mathbf{B}\mathbf{w}$ 是有效噪声, 此信道模型也适用于传统的线性检测。当 $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{2M_s}$ (\mathbf{I}_n 表示维数为 $n \times n$ 单位矩阵), $\mathbf{B} = \mathbf{H}^{-1}$ 为 ZF 检测; 当 $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{2M_s}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}^T (\bar{\rho}^{-1}\mathbf{I}_{2NT} + \mathbf{G}\mathbf{G}^T)^{-1}$ 为 MMSE 检测。事实上, 第 $i(1 \leq i \leq 2M_s)$ 层的有效噪声功率可定义为

$$g(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i) \triangleq \|\mathbf{b}_i\mathbf{G} - \mathbf{a}_i\|^2 \bar{E} + \frac{\bar{\rho}}{2} \|\mathbf{b}_i\|^2 \quad (8)$$

其中, \mathbf{a}_i 和 \mathbf{b}_i 分别为矩阵 \mathbf{A} 和矩阵 \mathbf{B} 的第 i 行, \bar{E} 为星座图的平均能量, $\|\cdot\|$ 为向量的欧氏范数。为了最小化每层有效噪声方差, 需要选取合适的 \mathbf{A} 和 \mathbf{B}

使 $g(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i)$ 最小。文献[11-13]对矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的计算过程有详细阐述, 本文重点研究适用于 IF 检测的全分集 STBC 码块的准则。

采用 IF 检测译出 STBC 的步骤如下。

步骤 1 将发送矩阵系统模型等效为发送码字向量的系统模型, 即将 $\mathbf{Y} = \sqrt{\rho}\mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{W}$ 变换为 $\mathbf{y} = \sqrt{\rho}\mathbf{G}\mathbf{s} + \mathbf{w}$ 。

步骤 2 计算出 IF 检测中的有效整数信道矩阵 \mathbf{A} 及滤波矩阵 \mathbf{B} , 并将接收信号 \mathbf{y} 通过滤波矩阵获得 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\mathbf{y}$ 。

步骤 3 格译码, 将滤波后的接收向量 $\hat{\mathbf{y}}$ 译码到整数域 \mathbb{Z} 中, 得到离其最近的点, 即 $\tilde{\mathbf{y}} = \lfloor \hat{\mathbf{y}} \rfloor = \lfloor \mathbf{B}\mathbf{y} \rfloor$, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示对向量按元素取整。

步骤 4 格码字投影, $\tilde{\mathbf{y}}$ 对 \sqrt{J} 进行取模操作得到 $\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{y}} \pmod{\sqrt{J}}$ 。

步骤 5 对格码字去耦合, 基于线性等式 $\mathbf{r} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{s}}$, 获得译码矢量 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}$ 。

3 基于 IF 的多用户 STBC 设计准则

在第 2 节所述译码步骤中, 除了步骤 3 中由于涉及在含有噪声的接收向量中恢复出码字线性组合是不确定的外, 其余步骤均是确定的, 不会产生误码, 第 $i(1 \leq i \leq 2M_s)$ 层输入步骤 3 中的表达式可写为

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \mathbf{a}_i\mathbf{s} + (\mathbf{b}_i\mathbf{G} - \mathbf{a}_i)\mathbf{s} + \sqrt{\bar{\rho}}\mathbf{b}_i\mathbf{w} \quad (9)$$

其中, $\hat{\mathbf{y}}_i$ 为 $\hat{\mathbf{y}}$ 的第 i 行, $(\mathbf{b}_i\mathbf{G} - \mathbf{a}_i)\mathbf{s}$ 为量化噪声项, 由于存在量化噪声, 总的有效噪声不服从高斯分布。对于固定的 \mathbf{a}_i , 最优的 \mathbf{b}_i 需要使有效噪声功率 $g(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i)$ 最小, 最优的 \mathbf{b}_i 可表示为

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i\mathbf{G}^T \left(\frac{\bar{\rho}}{E} \mathbf{I}_{2NT} + \mathbf{G}\mathbf{G}^T \right)^{-1} \quad (10)$$

其中, $\bar{\rho} = \frac{M_s}{P}$, 当 P 较大时, $\frac{M_s}{PE} \mathbf{I}_{2NT}$ 项可忽略不计, \mathbf{b}_i 可简化为 $\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i\mathbf{G}^{-1}$, 将简化后的 \mathbf{b}_i 代入 $g(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i)$ 中, 可获得较大信噪比时简化的有效噪声功率为

$$g(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i) = \frac{\bar{\rho}}{2} \|\mathbf{b}_i\|^2 \quad (11)$$

由于考虑的是满分集 STBC 码块, 其主要针对大信噪比情况, 因此在分析错误概率时也考虑 P 较大。文献[10]提出了 IF 检测的每层错误概率

上界, 在无限格 \mathbb{Z} 内, 定义第 i 层的错误概率表达式为 $P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z})$, 则可以得出在大信噪比情况下, 采用迫整检测的空时分组编码 MIMO 系统错误概率的上界为

$$P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z}) \leq \exp(-cP\varepsilon_1^2(\Lambda)) \quad (12)$$

其中, $c = \frac{1}{4M_s(2M_s^3 + 3M_s^2)}$ 为常数且与信噪比 P

无关, $\varepsilon_1^2(\Lambda)$ 为格 $\Lambda = \{\mathbf{d}\mathbf{G}^T \mid \forall \mathbf{d} \in \mathbb{Z}^{2M_s}\}$ 的最小均方欧氏距离。

下面通过线性设计的性质, 建立每层错误概率上界 $P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z})$ 与线性设计 \mathbf{X}_{LD} 之间的联系, 并得到多用户空时分组编码系统采用迫整检测算法实现全分集的编码设计准则。

一个无限空时分组编码 ℓ_∞ 是由线性设计 \mathbf{X}_{LD} 在 $2M_s$ 维的发送码字上产生的, 且发送码字取值于 \mathbb{Z} , 表示为

$$\ell_\infty \triangleq \left\{ \mathbf{X} = \sum_{l=1}^{2M_s} \mathbf{D}_l s_l \mid s_l \in \mathbb{Z}, \forall l \right\}$$

而作为 ℓ_∞ 的特例, 一个有限空时分组编码 ℓ 也是通过线性设计 \mathbf{X}_{LD} 产生的, 只是发送码字 s_l 的取值来自固定的星座图 $\mathcal{S} = \{0, 1, \dots, \sqrt{J} - 1\} \in \mathbb{Z}$, 表示为

$$\ell \triangleq \left\{ \mathbf{X} = \sum_{l=1}^{2M_s} \mathbf{D}_l s_l \mid s_l \in \mathcal{S}, \forall l \right\}$$

定义编码 \mathbf{X} 的最小奇异值为 $\lambda_{\min}(\mathbf{X}) \triangleq \min_{1 \leq j \leq M_s} \lambda_j(\mathbf{X})$, 则无限空时编码的最小奇异值可表示为 $\lambda_{\min}(\ell_\infty) \triangleq \inf_{\mathbf{X} \in \ell_\infty, \mathbf{X} \neq \mathbf{0}} \lambda_{\min}(\mathbf{X})$ 。根据上述有关无限空时分组编码 ℓ_∞ 的定义, 可以设计一类线性设计, 并定义如果线性设计所对应的无限空时编码 ℓ_∞ 的最小奇异值满足 $\lambda_{\min}(\ell_\infty) \neq 0$, 那么此线性设计满足非零奇异值性质。

将线性设计的非零奇异值性质与 IF 检测结合起来可得出一个重要结论, 即在多用户空时分组编码中, 假设每用户的发送码字矩阵均由线性设计 \mathbf{X}_{LD} 在 \mathcal{S} 中产生, 且当线性设计 \mathbf{X}_{LD} 满足非零奇异值性质时, 接收端采用迫整检测时可获得满分集。证明如下。

在证明过程中, 假设用户数为 K , 每用户均配备 M 根发送天线, 总发送天线为 $M_s = KM$, 接收端配备 N 根接收天线。

由上述讨论可知, 在大信噪比情况下, 多用户

STBC 系统采用迫整检测算法得到的错误概率上界为 $P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z}) \leq \exp(-c\rho\varepsilon_1^2(\Lambda))$, 其中, $\varepsilon_1^2(\Lambda)$ 可表示为

$$\varepsilon_1^2(\Lambda) = \|\mathbf{d}\mathbf{G}^T\|^2 = \|\mathbf{G}\mathbf{d}^T\|^2 \quad (13)$$

其中, $\mathbf{d} \in \mathbb{Z}^{2M_s}$, 而由于 \mathbf{G} 为信道矩阵 \mathbf{H} 的等效形式, $\varepsilon_1^2(\Lambda)$ 可以进一步写为

$$\varepsilon_1^2(\Lambda) = \|\mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 = \text{trace}(\mathbf{H}\mathbf{X}\mathbf{X}^H\mathbf{H}^H) \quad (14)$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数, $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_K^T]^T$, $\mathbf{X}_k \in \ell_\infty$, $1 \leq k \leq K$ 。 $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 具体表示为

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_K^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_1\mathbf{X}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_1\mathbf{X}_K^H \\ \mathbf{X}_2\mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_2\mathbf{X}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_2\mathbf{X}_K^H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{X}_K\mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_K\mathbf{X}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_K\mathbf{X}_K^H \end{bmatrix}$$

由于 \mathbf{X}_k 均满足非零奇异值性质, 则其行列式大于零, 是可逆的, 因此可将用户 1 的编码矩阵 \mathbf{X}_1 与用户 k 的编码矩阵 \mathbf{X}_k 线性表示, 具体为 $\mathbf{X}_2 = \mathbf{P}_2\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_3 = \mathbf{P}_3\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K = \mathbf{P}_K\mathbf{X}_1$, 则 $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 可具体表示为

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_K^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H & \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_2^H & \cdots & \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_K^H \\ \mathbf{P}_2\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H & \mathbf{P}_2\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_2^H & \cdots & \mathbf{P}_2\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_K^H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_K\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H & \mathbf{P}_K\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_2^H & \cdots & \mathbf{P}_K\mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H\mathbf{P}_K^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M \times M} & & & \\ & \mathbf{P}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{P}_K \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H \right) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M \times M} & & & \\ & \mathbf{P}_2^H & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{P}_K^H \end{bmatrix} = \mathbf{P}(\mathbf{O} \otimes \mathbf{X}_1\mathbf{X}_1^H)\mathbf{P}^H \quad (15)$$

其中, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{M_s \times M_s}$, $\mathbf{P}^H \in \mathbb{R}^{M_s \times M_s}$, $\mathbf{O} \in \mathbb{R}^{M \times M}$, $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H \in \mathbb{R}^{M \times M}$, 将 \mathbf{P} 、 \mathbf{P}^H 、 \mathbf{O} 、 $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H$ 均进行奇异值分解, $\mathbf{P} = \mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H$, $\mathbf{P}^H = \mathbf{V}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{U}_p^H$, $\mathbf{O} = \mathbf{U}_o \boldsymbol{\Sigma}_o \mathbf{U}_o^H$, 由于 \mathbf{O} 为全 1 矩阵, 奇异值分解后 $\boldsymbol{\Sigma}_o = \text{diag}([M, 0, \dots, 0]) \in \mathbb{R}^{M \times M}$, 矩阵 $\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H = \mathbf{U}_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{U}_1^H$, $\boldsymbol{\Sigma}_1$ 表示包含奇异值 $\sigma_j(\mathbf{X}_1)$ 平方的对角矩阵, $(\mathbf{O} \otimes \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H)$ 奇异值分解后可表示为

$$(\mathbf{O} \otimes \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H) = (\mathbf{U}_o \otimes \mathbf{U}_1)(\boldsymbol{\Sigma}_o \otimes \boldsymbol{\Sigma}_1)(\mathbf{U}_o \otimes \mathbf{U}_1)^H =$$

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\Sigma}_o \otimes \boldsymbol{\Sigma}_1)\mathbf{T}^H = \mathbf{T} \begin{bmatrix} M & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \\ \vdots & & \end{bmatrix} \otimes \boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{T}^H =$$

$$M\mathbf{T} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \\ \vdots & & \end{bmatrix} \mathbf{T}^H = M\mathbf{T}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{T}^H \quad (16)$$

其中, $\mathbf{T} = (\mathbf{U}_o \otimes \mathbf{U}_1)$, $\mathbf{T}^H = (\mathbf{U}_o \otimes \mathbf{U}_1)^H$, 由于 \mathbf{U}_o 和 \mathbf{U}_1 均为酉矩阵, $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{KM \times KM}$ 也是酉矩阵, $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 奇异值分解后可表示为

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \mathbf{P}(\mathbf{O} \otimes \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H)\mathbf{P}^H =$$

$$M\mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H \mathbf{T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{T}^H \mathbf{V}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{U}_p^H \quad (17)$$

将 $\mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 奇异值分解后的表达式代入式(14)中, 并根据迹的旋转不变性, $\text{trace}(\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{C}) = \text{trace}(\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}) = \text{trace}(\mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{A})$, 可将 $\varepsilon_1^2(\mathbf{A})$ 化简为

$$\varepsilon_1^2(\mathbf{A}) = \text{trace}(\mathbf{H}\mathbf{X}\mathbf{X}^H\mathbf{H}^H) =$$

$$\text{trace}(M\mathbf{H}\mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H \mathbf{T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{T}^H \mathbf{V}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{U}_p^H \mathbf{H}^H) \geq$$

$$M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\text{trace}(\mathbf{H}\mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H \mathbf{T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{T}^H \mathbf{V}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{U}_p^H \mathbf{H}^H) =$$

$$M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\text{trace}(\mathbf{R}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{R}^H) \quad (18)$$

其中, $\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{U}_p \boldsymbol{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H \mathbf{T} \in \mathbb{C}^{N \times M_s}$, 由于 \mathbf{U}_p 、 \mathbf{V}_p 和 \mathbf{T} 均为酉矩阵, 故 \mathbf{R} 和 \mathbf{H} 同分布, $\lambda_{\min}(\mathbf{P})$ 为矩阵 \mathbf{P} 的最小奇异值, 由于 $\mathbf{X}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{X}_1$ ($1 \leq k \leq K$), 而 \mathbf{X}_k 不存在非零奇异值, 因此 \mathbf{P}_k 也不存在非零奇异值, 由 \mathbf{P}_k 及单位矩阵组成的 \mathbf{P} 无非零奇异值, 即 $\lambda_{\min}(\mathbf{P}) > 0$. 将 $\varepsilon_1^2(\mathbf{A})$ 的不等式等效地写成

$$\varepsilon_1^2(\mathbf{A}) \geq M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\text{trace}(\mathbf{R}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{R}^H) =$$

$$M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\text{trace}\left(\mathbf{R} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{R}^H\right) =$$

$$M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\sum_{i=1}^M \|r_i\|^2 \delta_{\min}^2(\mathbf{X}_1) \quad (19)$$

其中, r_i 表示矩阵 \mathbf{R} 的第 i ($1 \leq i \leq M$) 列, $\delta_{\min}^2(\mathbf{X}_1)$ 表示矩阵 \mathbf{X}_1 最小奇异值的平方, 由于线性设计满足非零奇异值性质, $\sigma_j^2(\mathbf{X}_1) \geq \sigma_{\min}^2(\ell_\infty)$, 将 $\varepsilon_1^2(\mathbf{A})$ 变换为

$$\varepsilon_1^2(\mathbf{A}) \geq M\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\sum_{i=1}^M \|r_i\|^2 \delta_{\min}^2(\ell_\infty) \quad (20)$$

将 $\varepsilon_1^2(\mathbf{A})$ 的下界代入错误概率上界 $P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z})$ 中, 可得出

$$P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z}) \leq \exp(-cMP\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\sum_{i=1}^M \|r_i\|^2 \delta_{\min}^2(\ell_\infty)) \quad (21)$$

其中, c 、 M 、 $\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})$ 和 $\delta_{\min}^2(\ell_\infty)$ 均为与信噪比 P 无关的常数, 变量只有 $\|r_i\|^2$, 由于 \mathbf{R} 和 \mathbf{H} 的元素均服从标准正态分布, 故 $\sum_{i=1}^M \|r_i\|^2$ 服从卡方分布, 对其取均值 $E_G[P_e(m, \mathbf{G}, \mathbb{Z})] = P_e(m, \mathbb{Z}) \leq \left(\frac{1}{1+cM\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\delta_{\min}^2(\ell_\infty)P}\right)^{M \times N}$, 由于 $cM\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\delta_{\min}^2(\ell_\infty) \neq 0$, 故在信噪比 P 较大时, 1 可忽略不计, 则有

$$P_e(i, \mathbb{Z}) \leq \left(\frac{1}{cM\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\delta_{\min}^2(\ell_\infty)P}\right)^{M \times N} \quad (22)$$

式(22)为 $2M_s$ 中某一层错误概率, 总的错误概率可表示为

$$\Pr(\tilde{\mathbf{y}} \neq \mathbf{A}\mathbf{s} | \mathbf{G}) \leq \sum_{i=1}^{2M_s} P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z}) \quad (23)$$

对式(23)取期望, 得出迫整译码步骤 3 中的平均错误概率为

$$\Pr(\tilde{\mathbf{y}} \neq \mathbf{A}\mathbf{s} | \mathbf{G}) \leq \sum_{i=1}^{2M_s} E_G[P_e(i, \mathbf{G}, \mathbb{Z})] =$$

$$\sum_{i=1}^{2M_s} P_e(i, \mathbb{Z}) \leq \frac{c'}{P^{M \times N}} \quad (24)$$

其中, $c' = \frac{2M_s}{(cM\lambda_{\min}^2(\mathbf{P})\delta_{\min}^2(\ell_\infty))^{M \times N}}$.

由上述分析可以得出以下结论: 在多用户空时分组编码系统中, 只要线性设计 $\mathbf{X}_{\mathcal{L}\mathcal{D}}$ 满足非零奇异值性质, 且任意用户的发送码字矩阵从线性设计中产生, 则在接收端采用迫整检测可获得与单用户相同的满分集, 相比之下, 只是编码增益有所不同.

上述提出当线性设计满足非零奇异值准则时, 多用户空时分组编码可获得 $M \times N$ 的满分集增益,

下面分别列举出满足和不满足所提准则的线性设计, 有

$$\mathbf{X}_A = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & x_3 & -x_4^* \\ x_2 & x_1^* & x_4 & x_3^* \\ x_3 & -x_4^* & x_1 & -x_2^* \\ x_4 & x_3^* & x_2 & x_1^* \end{bmatrix}$$

其中, \mathbf{X}_A 为准正交空时分组编码, $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathcal{S}$ 。由于需要使用迫整译码, 此处的星座图固定为 $\mathcal{S} = \{0, 1, i, 1+i\}$, 计算出线性设计的奇异值为

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = |x_1 + x_3|^2 + |x_2 + x_4|^2$$

$$\sigma_3^2 = \sigma_4^2 = |x_1 - x_3|^2 + |x_2 - x_4|^2$$

当 $x_1 = -x_3$ 且 $x_2 = -x_4$ 时, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0$, 此时奇异值中含有零奇异值, 不满足非零奇异值准则, 未能获得满分集; 当 $x_1 = x_3$ 且 $x_2 = x_4$ 时, $\sigma_3^2 = \sigma_4^2 = 0$, 也未能获得满分集。

如果将准正交空时分组编码旋转 $\alpha = e^{j\theta}$ ($\theta = 45^\circ$), 此时的旋转准正交 STBC 可表示为

$$\mathbf{X}_B = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & \alpha x_3 & -\alpha^* x_4^* \\ x_2 & x_1^* & \alpha x_4 & \alpha^* x_3^* \\ \alpha x_3 & -\alpha^* x_4^* & x_1 & -x_2^* \\ \alpha x_4 & \alpha^* x_3^* & x_2 & x_1^* \end{bmatrix}$$

使用上述结构的线性设计, 可计算出奇异值为

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = |x_0 + \alpha x_2|^2 + |x_1 + \alpha x_3|^2$$

$$\sigma_3^2 = \sigma_4^2 = |x_0 - \alpha x_2|^2 + |x_1 - \alpha x_3|^2$$

由于星座图固定为 $\mathcal{S} = \{0, 1, i, 1+i\}$, 若旋转角为 0° , 即为 \mathbf{X}_A , 则此时 \mathbf{X}_A 含有零奇异值; 若将 \mathbf{X}_A 旋转为 \mathbf{X}_B , 由于 $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$, 当满足 $\mathbf{X}_B \neq \mathbf{0}$ 时, 无论 x_1, x_2, x_3, x_4 为何值, σ_1^2 和 σ_3^2 均不为 0, 故从奇异值中可以分析出最小奇异值 $\sigma_{\min}^2(\mathbf{X}_B) > 0$, 可获得 $M \times N$ 满分集增益。从式(24)中可以看出, 错误概率和最小奇异值的平方存在联系, 可以通过改变 \mathbf{X}_B 旋转角度降低错误概率。

4 仿真结果

根据第 3 节提出的满分集增益编码设计准则, 通过仿真进一步验证, 当多用户空时分组编码系统中线性设计满足非零奇异值准则时, 采用 IF 检测能获得满分集增益。仿真中信道系数服从以独立同分布的准静态瑞利衰落, 采用的星座图为

$\mathcal{S} = \{0, 1, i, 1+i\}$ (常用的 QAM 或 QPSK 矩形星座在接收端检测时可通过星座平移操作来适用本文算法)。当用户数 $K = 2$, 且每用户均采用 Alamouti 编码, 接收天线 $N = 2$ 时, 在接收端分别用 ML 和 IF 检测的性能对比如图 3 所示。从图 3 可以看出, IF 的曲线和 ML 的曲线平行, IF 能够获得满分集。下面从奇异值角度分析其性能。

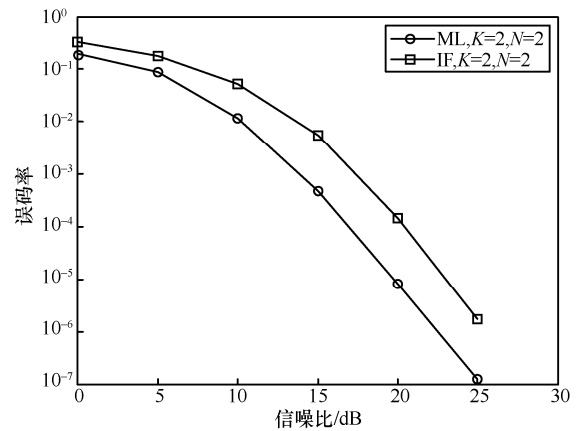


图 3 2 用户 Alamouti 空时分组编码误码率性能

Alamouti 的码字为

$$\mathbf{X}_C = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \end{bmatrix}$$

其最小奇异值的平方可表示为 $\sigma_{\min}^2 = |x_1|^2 + |x_2|^2 = 1 > 0$, 满足非零奇异值准则, 仿真结果与理论分析一致, 从图 3 中也可看出, 2 用户 Alamouti 采用 IF 检测可获得满分集。当用户数 $K = 3$, 且每用户均采用 Alamouti 编码, 接收天线 $N = 2$ 时, 在接收端分别用 ML 和 IF 检测的性能对比如图 4 所示。从图 4 可以看出, 3 用户 Alamouti 编码也可获得满分集。

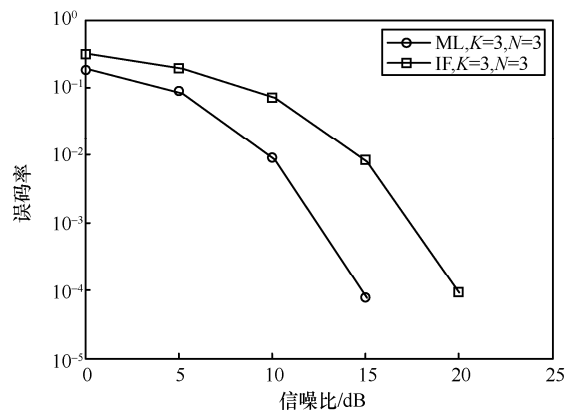


图 4 3 用户 Alamouti 空时分组编码误码率性能

当用户数 $K=2$ ，接收天线 $N=2$ ，发送端采用未旋转和旋转的准正交空时分组编码时，接收端用 IF 译码和 ML 译码的对比如图 5 所示，此处的旋转角设为 45° 。在第 3 节中分析了 \mathbf{X}_B 的最小奇异值 $\sigma_{\min}^2(\mathbf{X}_B) > 0$ 满足非零奇异值性质，而 \mathbf{X}_A 的最小奇异值 $\sigma_{\min}^2(\mathbf{X}_A) = 0$ 未满足性质，从图 5 也可以看出，旋转 45° 的编码可获得满分集，未旋转的不能获得满分集。图 5 以旋转准正交空时分组编码为例，旨在说明满足非零奇异值性质可获得满分集，读者可依据最小奇异值准则设计出更好的码字使其误码率更低。

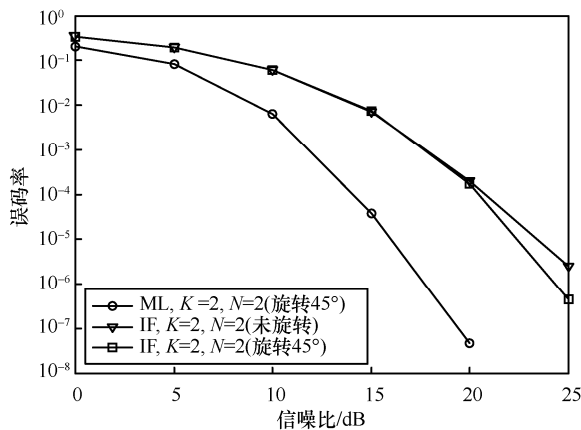


图 5 2 用户旋转准与未旋转正交空时分组编码误码率性能

图 6 对比了 \mathbf{X}_B 中旋转角为 10° 和 90° 的情形，在第 3 节的接收端平均错误概率中，错误概率和最小奇异值的平方存在联系，可改变旋转角降低错误概率。从图 6 可以看出，旋转 90° 略比旋转 10° 好。

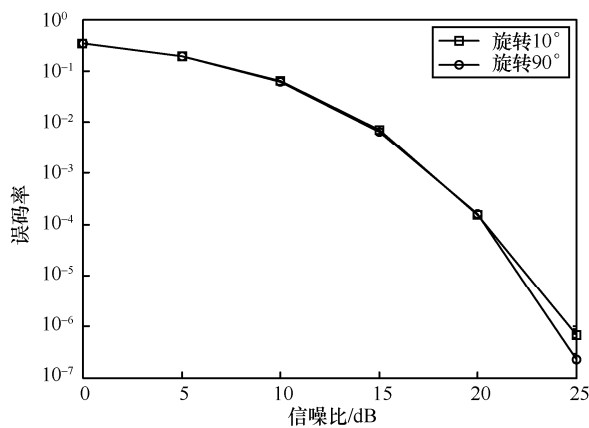


图 6 不同旋转角度的 2 用户正交空时分组编码误码率性能

5 结束语

多用户空时分组编码能使系统获得良好的

分集增益效果和较高的传输速率，而 IF 检测具有优越的检测性能和较低的计算复杂度。本文主要研究了多用户 MIMO 系统中基于 IF 检测的空时分组编码设计问题。首先将系统信道模型等效为发送码字矢量的信道模型，然后译码出发送码字的线性组合，最后依据线性方程求解恢复出发送码字。同时根据 IF 检测的差错概率上界，提出了全分集多用户空时码的设计准则，证明当每个用户的 STBC 码块满足非零奇异值特性时，采用迫整检测可获得满分集增益。此外，对不同用户数量和天线数量时多用户 Alamouti 编码以及正交空时分组编码的性能进行了仿真分析，仿真结果与理论分析相符。

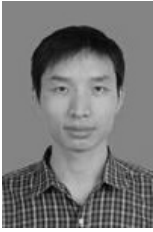
参考文献：

- [1] HONG Y, VITERBO E. Algebraic multiuser space-time block codes for a 2×2 MIMO[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(6): 3062-3066.
- [2] ISMAIL A, ALOUINI M S. On low-complexity full-diversity detection of multi-user space-time coding[C]//IEEE International Conference on Communications. IEEE, 2013: 3204-3208.
- [3] DONG Z, ZHANG J K, HUANG L. Multi-users space-time modulation with QAM division for massive uplink communications[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. IEEE, 2017: 1087-1091.
- [4] PHAM V B, SHENG W X. No-zero-entry full diversity space-time block codes with linear receivers[J]. Annals of Telecommunications, 2015, 70(1-2): 73-81.
- [5] TOFIGH S, KERMANI H M, MORSALI A. A New design criterion for linear receiver STBCs based on full-rank spaces[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(2): 207-210.
- [6] SHI L, ZHANG W, XIA X G. On designs of full diversity space-time block codes for two-user MIMO interference channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(11): 4184-4191.
- [7] 李国权, 吴玉成, 吴晋成, 等. PIC-SIC 分组译码的两用户空时编码方案[J]. 北京邮电大学学报, 2012, 35(3): 116-119.
LI G Q, WU Y C, WU J C, et al. Dual user space time coding scheme for PIC-SIC packet decoding[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2012, 35 (3): 116-119.
- [8] ZHAN J, NAZER B, EREZ U, et al. Integer-forcing linear receivers[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(12): 7661-7685.
- [9] BAKOURY I E, NAZER B. The impact of channel variation on integer-forcing receivers[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. IEEE, 2015: 576-580.
- [10] HARSHAN J, SAKZAD A, VITERBO E. Integer-forcing linear receivers: a design criterion for full-diversity STBCs[C]// IEEE Wireless

Communications and Networking Conference. IEEE, 2017: 1-6.

- [11] LIU J Z, WENG X J. Low-complexity lattice reduction aided MIMO detection algorithm[J]. Computer Engineering & Design, 2016, 37(7): 1709-1713.
- [12] BAKOURY I E, HE W, NAZER B. Integer-forcing interference alignment: iterative optimization via aligned lattice reduction[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. IEEE, 2015: 581-585.
- [13] WEN J, LI L, TANG X, et al. An efficient optimal algorithm for integer-forcing linear MIMO receivers design[C]//IEEE International Conference on Communications. IEEE, 2017: 1-6.

[作者简介]



李国权(1980-)，男，河南方城人，博士，重庆邮电大学副教授、硕士生导师，主要研究方向为 MIMO 无线通信传输技术、异构无线网络传输技术等。



周湘云(1994-)，女，湖南永州人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为 MIMO 无线通信传输技术。



林金朝(1966-)，男，四川蓬溪人，博士，重庆邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为无线通信传输技术、BAN 网络与信息处理技术等。



徐勇军(1986-)，男，湖北赤壁人，博士，重庆邮电大学讲师，主要研究方向为认知无线电、异构无线网络资源配算法与性能分析等。



庞宇(1978-)，男，浙江宁波人，博士，重庆邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为通信集成电路设计、逻辑综合、无线通信等。

王家城(1972-)，男，四川达县人，重庆邮电大学特聘教授，主要研究方向为短距离无线通信技术、BAN 网络与信息处理技术等。